

Vektory v rovině a v prostoru (4)

1. Délka těžnice v trojúhelníku, obsah pravoúhlého trojúhelníka

- V trojúhelníku $A=[1; -3]$, $B=[7; -1]$, $C=[2; 4]$ určete délku těžnice t_c .
VH: $S_{AB}=[4; -2]$, $|CS_{AB}| = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$
- V trojúhelníku $A=[-4; 5]$, $B=[-6; -1]$, $C=[0; -3]$ určete délku těžnice t_a .
VH: $S_{BC}=[-3; -2]$, $|AS_{BC}| = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
- V trojúhelníku $A=[-4; 5]$, $B=[-6; -1]$, $C=[0; -3]$ určete délku těžnice t_b .
VH: $S_{AC}=[-2; 1]$, $|BS_{AC}| = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
- V trojúhelníku $A=[-4; 5]$, $B=[-6; -1]$, $C=[0; -3]$ určete délku těžnice t_c .
VH: $S_{AB}=[-5; 2]$, $|CS_{AB}| = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
- V trojúhelníku $A=[-2; -1]$, $B=[4; -3]$, $C=[2; 1]$ určete délku těžnice t_a .
VH: $S_{BC}=[3; -1]$, $|AS_{BC}| = 5$
- V trojúhelníku $A=[-2; -1]$, $B=[4; -3]$, $C=[2; 1]$ určete délku těžnice t_b .
VH: $S_{AC}=[0; 0]$, $|BS_{AC}| = 5$
- V trojúhelníku $A=[-2; -1]$, $B=[4; -3]$, $C=[2; 1]$ určete délku těžnice t_c .
VH: $S_{AB}=[1; -2]$, $|CS_{AB}| = \sqrt{10}$
- Vypočítejte obsah pravoúhlého trojúhelníka o vrcholech $K=[0; 0]$, $L=[3; 1]$, $M=[1; 7]$.
VH: $S = 1/2 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{40} = 10$
- Vypočítejte obsah pravoúhlého trojúhelníka o vrcholech $A=[2; 1]$, $B=[6; 3]$, $C=[1; 3]$.
VH: $S = 1/2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = 5$

2. Vektory v rovině z daných bodů, vektory kolmé

- Jsou dány body $A=[1; 3]$, $B=[4; 2]$, $C=[2; 0]$, $D=[-2; 2]$. Určete souřadnice vektorů a vektory k nim kolmé:
 $\vec{r} = \overrightarrow{CA} =$
 $\vec{s} = \overrightarrow{DC} =$
 $\vec{v} = \overrightarrow{BC} =$
 $\vec{w} = \overrightarrow{AC} =$
 VH: $\vec{r} = \overrightarrow{CA} = (-1; 3)$, $\vec{s} = \overrightarrow{DC} = (4; -2)$, $\vec{v} = \overrightarrow{BC} = (-2; -2)$, $\vec{w} = \overrightarrow{AC} = (1; -3)$
- Jsou dány body $T=[1; 0]$, $U=[-3; 2]$, $V=[1; 4]$, $W=[3; 1]$. Určete souřadnice vektorů a vektory k nim kolmé:
 $\vec{a} = \overrightarrow{TU} =$
 $\vec{b} = \overrightarrow{VT} =$
 $\vec{c} = \overrightarrow{TW} =$
 $\vec{d} = \overrightarrow{WT} =$
 VH: $\vec{a} = \overrightarrow{TU} = (-4; 2)$, $\vec{b} = \overrightarrow{VT} = (0; -4)$, $\vec{c} = \overrightarrow{TW} = (2; 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{WT} = (-2; -1)$

- Jsou dány body $E=[-1; 1]$, $F=[0; 4]$, $G=[2; 1]$, $H=[4; -1]$. Určete souřadnice vektorů a vektory k nim kolmé:

$$\vec{u} = \overrightarrow{GF} =$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{HF} =$$

$$\vec{w} = \overrightarrow{EG} =$$

$$\vec{s} = \overrightarrow{GH} =$$

$$\text{VH: } \vec{u} = \overrightarrow{GF} = (-2; 3), \quad \vec{v} = \overrightarrow{HF} = (-4; 5), \quad \vec{w} = \overrightarrow{EG} = (3; 0), \quad \vec{s} = \overrightarrow{GH} = (2; -2)$$

- Jsou dány body $P=[-3; 0]$, $Q=[1; 1]$, $R=[3; 3]$, $T=[2; 4]$. Určete souřadnice vektorů a vektory k nim kolmé:

$$\vec{a} = \overrightarrow{RT} =$$

$$\vec{b} = \overrightarrow{PQ} =$$

$$\vec{u} = \overrightarrow{QP} =$$

$$\vec{s} = \overrightarrow{PR} =$$

$$\text{VH: } \vec{a} = \overrightarrow{RT} = (-1; 1), \quad \vec{b} = \overrightarrow{PQ} = (4; 1), \quad \vec{u} = \overrightarrow{QP} = (-4; -1), \quad \vec{s} = \overrightarrow{PR} = (6; 3)$$

3. Skalární součin vektorů - kolmost

- Vypočítejte skalární součin daných vektorů a rozhodněte zda jsou navzájem kolmé.
 $\vec{u} = (2; 1)$, $\vec{v} = (-3; 2)$
 $\vec{u} = (4; -5)$, $\vec{v} = (-5; -4)$
 $\vec{u} = (1; 0; 3)$, $\vec{v} = (3; 2; 1)$
 $\vec{u} = (-3; -2; -1)$, $\vec{v} = (-2; -1; -3)$
 VH: -4; 0; 6; 11
- Vypočítejte skalární součin daných vektorů a rozhodněte zda jsou navzájem kolmé.
 $\vec{a} = (-1; -4)$, $\vec{b} = (-3; -2)$
 $\vec{a} = (3; 4)$, $\vec{b} = (-2; -1)$
 $\vec{a} = (3; -1; 2)$, $\vec{b} = (-2; 4; 3)$
 $\vec{a} = (2; 1; 4)$, $\vec{b} = (3; 6; -3)$
 VH: 11; -10; -4; 0
- Vypočítejte skalární součin daných vektorů a rozhodněte zda jsou navzájem kolmé.
 $\vec{s} = (4; 3)$, $\vec{n} = (-2; 2)$
 $\vec{s} = (3; -1)$, $\vec{n} = (-1; -3)$
 $\vec{s} = (4; 5; 9)$, $\vec{n} = (-5; 4; 0)$
 $\vec{s} = (-3; -4; 1)$, $\vec{n} = (1; -1; -1)$
 VH: -2; 0; 0; 0
- Vypočítejte skalární součin daných vektorů a rozhodněte zda jsou navzájem kolmé.
 $\vec{v} = (-2; -4)$, $\vec{w} = (2; -1)$
 $\vec{v} = (1; 5)$, $\vec{w} = (-3; 2)$
 $\vec{v} = (1; 5; 2)$, $\vec{w} = (0; -1; 0)$
 $\vec{v} = (-1; 1; 1)$, $\vec{w} = (2; 3; -1)$
 VH: 0; 7; -5; 0

4. Úhel vektorů v rovině

1) Vypočítejte velikost úhlů vektorů:

$$\vec{a} = (-1; -4), \vec{b} = (-3; -2)$$

$$\text{VH: } 42,27^\circ$$

2) Vypočítejte velikost úhlů vektorů:

$$\vec{s} = (4; 3), \vec{n} = (-2; 2)$$

$$\text{VH: } 98,13^\circ$$

3) Vypočítejte velikost úhlů vektorů:

$$\vec{v} = (1; 5), \vec{w} = (-3; 2)$$

$$\text{VH: } 67,62^\circ$$

4) Vypočítejte velikost úhlů vektorů:

$$\vec{u} = (2; 1), \vec{v} = (-3; 2)$$

$$\text{VH: } 119,74^\circ$$

5. Úhel vektorů v prostoru

1) Vypočítejte velikost úhlů vektorů:

$$\vec{a} = (3; -1; 2), \vec{b} = (-2; 4; 3)$$

$$\text{VH: } 101,45^\circ$$

2) Vypočítejte velikost úhlů vektorů:

$$\vec{u} = (-3; -2; -1), \vec{v} = (-2; -1; -3)$$

$$\text{VH: } 38,21^\circ$$

3) Vypočítejte velikost úhlů vektorů:

$$\vec{v} = (1; 5; 2), \vec{w} = (0; -1; 0)$$

$$\text{VH: } 155,91^\circ$$

4) Vypočítejte velikost úhlů vektorů:

$$\vec{u} = (1; 0; 3), \vec{v} = (3; 2; 1)$$

$$\text{VH: } 59,53^\circ$$

6. Úhel v trojúhelníku1) Vypočítejte velikost úhlu $\alpha\beta\gamma$ v trojúhelníku $A=[-2; -1]$, $B=[2; -2]$, $C=[-4; 3]$.

$$\text{VH: } \alpha = 130,6^\circ, \beta = 25,8^\circ, \gamma = 23,6^\circ$$

2) Vypočítejte velikost úhlu $\alpha\beta\gamma$ v trojúhelníku $A=[-2; -1]$, $B=[2; -2]$, $C=[4; 3]$.

$$\text{VH: } \alpha = 47,7^\circ, \beta = 97,8^\circ, \gamma = 34,5^\circ$$

3) Vypočítejte velikost úhlu $\alpha\beta\gamma$ v trojúhelníku $A=[-2; 1]$, $B=[2; -2]$, $C=[4; 3]$.

$$\text{VH: } \alpha = 55,3^\circ, \beta = 74,9^\circ, \gamma = 49,8^\circ$$

4) Vypočítejte velikost úhlu $\alpha\beta\gamma$ v trojúhelníku $A=[-2; 1]$, $B=[-4; -2]$, $C=[4; 3]$.

$$\text{VH: } \alpha = 142,1^\circ, \beta = 24,3^\circ, \gamma = 13,6^\circ$$

7. Vektory v prostoru z daných bodů, násobení vektoru číslem1) Jsou dány body $K=[-2; 3; 0]$, $L=[4; 1; 4]$. Určete:

a) souřadnice vektorů $\vec{u} = \overrightarrow{LK} =$

b) souřadnice vektorů $\vec{v} = \overrightarrow{KL} =$

c) délku úsečky KL

d) střed úsečky KL

$$\text{VH: } \vec{u} = \overrightarrow{LK} = (-6; 2; -4), \vec{v} = \overrightarrow{KL} = (6; -2; 4), |KL| = 2\sqrt{14}, S_{KL} = [1; 2; 2]$$

2) Jsou dány body $A=[-3; 2; 2]$, $B=[1; 0; 4]$. Určete:

a) souřadnice vektorů $\vec{s} = \overrightarrow{AB} =$

b) souřadnice vektorů $\vec{u} = \overrightarrow{BA} =$

c) délku úsečky AB

d) střed úsečky AB

$$\text{VH: } \vec{s} = \overrightarrow{AB} = (4; -2; 2), \vec{u} = \overrightarrow{BA} = (-4; 2; -2), |AB| = 2\sqrt{6}, S_{AB} = [-1; 1; 3]$$

3) Jsou dány body $P=[4; -2; 5]$, $Q=[6; 0; -1]$. Určete:

e) souřadnice vektorů $\vec{a} = \overrightarrow{PQ} =$

f) souřadnice vektorů $\vec{b} = \overrightarrow{QP} =$

g) délku úsečky PQ

h) střed úsečky PQ

$$\text{VH: } \vec{a} = \overrightarrow{PQ} = (2; 2; -6), \vec{b} = \overrightarrow{QP} = (-2; -2; 6), |PQ| = 2\sqrt{11}, S_{PQ} = [5; -1; 2]$$

4) Jsou dány body $D=[1; 6; -5]$, $E=[3; 0; -1]$. Určete:

i) souřadnice vektorů $\vec{a} = \overrightarrow{DE} =$

j) souřadnice vektorů $\vec{w} = \overrightarrow{ED} =$

k) délku úsečky ED

l) střed úsečky ED

$$\text{VH: } \vec{a} = \overrightarrow{DE} = (2; -6; 4), \vec{w} = \overrightarrow{ED} = (-2; 6; -4), |ED| = 2\sqrt{14}, S_{PQ} = [2; 3; -3]$$